МОДЕЛИРОВАНИЕ МИГРАЦИИ НЕАНТАГОНИСТИЧЕСКИХ ПОПУЛЯЦИЙ НА НЕОДНОРОДНОМ КОЛЬЦЕВОМ АРЕАЛЕ

Кругликов М. Г.[1]

[1]*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия*
mkruglicov@gmail.com

Рассматривается система нелинейных параболических уравнений, моделирующая распространение потребляющих единый ресурс неантагонистических популяций на кольцевом ареале (берег озера). На основе метода прямых изучается формирование пространственно-неоднородных распределений видов при переменных по ареалу функций линейного роста и предельного насыщения. Изменение плотностей распределения M популяций описывается системой уравнений:

$$\dot{w}_i = k_i w_i'' + \eta_i(x) w_i f, \quad i = 1, \dots, M, \quad f = 1 - \frac{1}{P(x)} \sum_{j=1}^{M} w_j(x,t),$$
$$w_i(0,t) = w_i(a,t), \quad w_i'(0,t) = w_i'(a,t), \quad i = 1, \dots, M,$$
$$w_i|_{t=0} = w_{i0}(x), \quad i = 1, \dots, M.$$

Плотности распределения популяций w_i $(i = 1, \dots, M)$ зависят от пространственной переменной $x \in [0, a]$ и времени t, k_i — коэффициенты диффузии, $\eta_i(x)$ — функции линейного роста популяций на ареале. Функция f описывает уменьшение прироста при приближении суммы плотностей к предельно допустимым значениям, $P(x)$ — функция обобщенного ресурса [1—3].

Для численного исследования модели построена конечно-разностная аппроксимация по пространственной переменной, интегрирование по времени ведется методом Рунге-Кутта четвертого порядка. Далее представлены результаты расчета формирования на ареале ($a = 1$) стационарных распределений для двух неантагонистических популяций w_1, w_2. Функции обобщенного ресурса и линейного роста задавались следующим образом: $P(x) = 1 - \mu \sin 2\pi x$, $\eta_1(x) = \eta_{10} + \eta_{11} \cos 2\pi x$, $\eta_2(x) = \eta_{20} + \eta_{21} \sin(2\pi x - \pi/2)$. Начальные распределения популяций задавались в виде: $u_0 = \rho_{10} + \rho_{11} \sin 2\pi x$,

$v_0 = \rho_{20} + \rho_{21} \sin 2\pi x$. Численные эксперименты показали, что в результате расчетов формируются стационарные распределения, периодических режимов найдено не было.

В случае постоянных по ареалу параметров линейного роста ($\eta_{11} = \eta_{22} = 0$) и обобщенного ресурса ($\mu = 0$) из различных начальных распределений w_1, w_2 получаются однородные по ареалу распределения популяций. В спектре каждого стационарного решения имеется практически нулевое значение ($-3.7 \cdot 10^{-8}$), таким образом, наблюдается сильная неединственность решений — формирование семейства распределений видов.

В случае переменной по ареалу функции обобщенного ресурса $P(x)$ ($\mu > 0$) получаются неоднородные распределения популяций по ареалу, причем сумма плотностей равна $P(x)$. С увеличением амплитуды неоднородности начального распределения одной популяции (средний уровень не меняется) происходит уменьшение плотности финального распределения данного вида.

При различных средних плотностях начальных распределений происходит гибель популяции с меньшей плотностью, например, при $\eta_{10} > \eta_{20}$ остается только популяция w_1. При этом, чем больше отличаются значения параметров роста, тем быстрее происходит выход на стационарный режим.

В случае переменных по ареалу функций линейного роста (ненулевые η_{11}, η_{21}) установлено разрушение семейств стационарных решений. Из разных начальных данных формируется единственное стационарное распределение популяций, определяемое параметрами задачи.

Литература

1. *Murray J. D.* Mathematical Biology II: Spatial Models and Biomedical Applications.— Springer, New York: 2003. 811 p.
2. *Duarte P., Meneses R., Hawkins A., Zhu M., Fang J., Grant J.* Mathematical modelling to access the carrying capacity for multi-species culture within coastal waters // Ecological Modelling. 2003. Vol. 168. P. 109—143
3. *Кругликов М. Г., Цибулин В. Г.* Моделирование миграции неантагонистических популя-ций на неоднородном кольцевом ареале // Сборник работ молодых ученых II-международной научно-практической конференции «Молодые ученые в решении актуальных проблем науки».—Владикавказ: 2011, Т. 2.—С. 29–33.