КРИТЕРИЙ ИЗОМОРФНОСТИ ПРОСТРАНСТВ УЛЬТРАДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ

Сергунин П. С.[1]

Рассматривается задача об изоморфной классификации пространств ультрадифференцируемых функций, задаваемых неубывающими каноническими весовыми последовательностями (по поводу канонических весов см. [1, п. 1.3.3]) С каждой такой последовательностью $\Phi = (\varphi_n)$ свяжем пространство

$$\mathscr{E}_{(\Phi^*)}(\mathbb{R}) = \left\{ f \in C^\infty(\mathbb{R}) : |f|_{\varphi_n} := \sup_{j \in \mathbb{N}_0} \sup_{|x| \leqslant n} \frac{|f^{(j)}(x)|}{e^{\varphi_n^*(j)}} < \infty,\ \forall n \in \mathbb{N} \right\},$$

наделенное топологией пространства Фреше, задаваемой набором преднорм $(|\cdot|_{\varphi_n})_{n\in\mathbb{N}}$. Здесь $\varphi_n^*(s) := \sup\{ts - \varphi_n(t) : t \geqslant 0\}$– функция, сопряженная с φ_n по Юнгу. $\mathscr{E}_{(\Phi^*)}(\mathbb{R})$ называется пространством ультрадифференцируемых функций типа Берлинга.

Постановка задачи такова. Пусть мы имеем два пространства $\mathscr{E}_{(\Phi^*)}(\mathbb{R})$ и $\mathscr{E}_{(\Psi^*)}(\mathbb{R})$. Требуется найти необходимые и достаточные условия на весовые последовательности Φ и Ψ, при которых эти пространства топологически изоморфны.

Напомним, что Φ и Ψ называют эквивалентными ($\Phi \sim \Psi$), если

$$\forall n \in \mathbb{N}\ \exists m \in \mathbb{N},\ \exists C_n > 0 :\ \psi_n(t) \leqslant \varphi_m(t) + C_n,\ t \geqslant 0;$$

$$\forall n \in \mathbb{N}\ \exists m \in \mathbb{N},\ \exists C_n > 0 :\ \varphi_n(t) \leqslant \psi_m(t) + C_n,\ t \geqslant 0.$$

В докладе представлен следующий результат, полученный при дополнительных технических ограничениях на весовые последовательности.

Критерий изоморфности. $\mathscr{E}_{(\Phi^*)}(\mathbb{R}) \simeq \mathscr{E}_{(\Psi^*)}(\mathbb{R}) \iff \Phi \sim \Psi$.

Отсюда следует, что пространства $\mathscr{E}_{(\Phi^*)}(\mathbb{R})$ и $\mathscr{E}_{(\Psi^*)}(\mathbb{R})$топологически изоморфны тогда и только тогда, когда они совпадают.

Ранее в [1, п. 6.4] аналогичный результат был получен для весовых последовательностей специального вида $\Phi = (n\varphi)$ и $\Psi = (n\psi)$.

[1]Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

Как и в [1], критерий был установлен за счет использования классического топологического инварианта — диаметральной размерности.

Литература

1. *Абанин А. В.* Ультрадифференцируемые функции и ультрараспределения.— М.: Наука, 2007.—С. 222.