

ИССЛЕДОВАНИЕ САВС ТЕЧЕНИЙ

Казуров Ю. К.

(Южный Федеральный Университет, факультет математики, механики и компьютерных наук, Ростов-на-Дону, Россия;

kazurov_92@mail.ru)

САВС течения являются модельными течениями сжимаемой идеальной жидкости. Такие течения принадлежат к классу спиральных течений, являющихся стационарными решениями уравнения Эйлера с постоянной функцией Бернулли. Классическим случаем таких течений является АВС (Arnold-Beltrami-Childress) течение, описывающее стационарные течения идеальной несжимаемой жидкости с периодическими граничными условиями. АВС течение исследовалось в таких работах как: [1], [2], [3], [4]. В [5] был предложен к изучению класс сжимаемых спиральных течений, описываемых системой

$$\begin{cases} v_x = \frac{\partial W(\xi)}{\partial \xi} \frac{\partial \Psi(x,y)}{\partial x} + W(\xi) \frac{\partial \Psi(x,y)}{\partial y}, \\ v_y = \frac{\partial W(\xi)}{\partial \xi} \frac{\partial \Psi(x,y)}{\partial y} - W(\xi) \frac{\partial \Psi(x,y)}{\partial x}, \\ v_z = \frac{\lambda W(\xi) \Psi(x,y)}{\kappa(\xi)}. \end{cases} \quad (1)$$

здесь функция Ψ — функция тока, удовлетворяющая уравнению $-\Delta \Psi = \lambda \Psi$. В работе [6] было исследовано одно из таких течений и обнаружена нетривиальная хаотическая динамика.

В данной работе рассмотрен случай, когда $\Psi(x, y) = B \cos x + C \sin y$. При этом функция $W = \alpha_1 \cos(\xi) + \alpha_2 \sin(\xi) + 1$, а $\kappa(\xi) = \frac{d\xi}{dz} = \sqrt{\alpha_1^2 \cos^2 \xi + \alpha_2^2 \sin^2 \xi + 1}$.

В силу периодичности правых частей системы по всем трем параметрам, система изучается на торе $T^3 : [-\pi \leq x \leq \pi, -\pi \leq y \leq \pi, -\pi \leq z \leq \pi]$.

Система с трудом поддается аналитическому исследованию, и единственным способом выявить зависимость пове-

дения системы от изменения параметров остается численное исследование. Известно, что при $\beta_1 = \beta_2 = \alpha_1 = \alpha_2 = 0$ система является интегрируемой. В этом случае фазовое пространство системы расслаивается на инвариантные торы, которые могут разделяться сепаратрисами. При изменении параметров был найден вид хаотической динамики с плотным размещением тонких и крошечных островов регулярности. Поведение решений системы очень чувствительно к изменению начальных условий и параметров. Было проведено сравнение влияния возмущений двух (сжимаемое и несжимаемое) типов на динамику системы при возмущениях одинакового порядка. Кроме того, для анализа хаотической динамики были изучены показатели Ляпунова и их зависимость от типов и величин возмущений. Исследовалась динамика жидкой частицы в торе при различных значениях. Были найдены значения для возмущающих параметров, при которых наблюдалось возникновение областей хаотической динамики и их исчезновение.

Литература

1. Арнольд В. И. Математические методы классической механики. М.: Наука, 1989.
2. Arnold V., Khesin B. Topological Method in Hydrodynamics. Springer, Berlin, 1998.
3. Constantin P., Majda A. Commun. Math. Phys. 115, 435 (1988)
4. Henon M., Hebd C.R. Seances Acad. Sci. 262, 312 (1966)
5. Morgulis A., Yudovich V., Zaslavsky G. Compressible helical flow, Commun. Pure and Applied Math. XLVIII, 571-582 (1995)
6. Govorukhin V., Morgulis A., Yudovich V., Zaslavsky, G. Phys. Rev. E (3) 60, 3, 2788-2798 (1999)