НЕКОТОРЫЕ УСТОЙЧИВЫЕ МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПОЛИНОМОВ ЧЕБЫШЕВА, ОРТОГОНАЛЬНЫХ НА РАВНОМЕРНОЙ СЕТКЕ, И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

Султанахмедов М. С.[1]

[1] *Отдел функционального анализа, Южный математический институт, Владикавказского научного центра РАН и РСО-А; Владикавказ, Россия.* sultanakhmedov@gmail.com

Функциональные преобразования, использующие полиномы Чебышева $\tau_n^{\alpha,\beta}(x,N)$ $(0 \le n \le N-1)$, ортогональные на равномерной сетке $\Omega_N = \{0, 1, \ldots, N-1\}$ с весом

$$\mu^{\alpha,\beta}(x) = \frac{\Gamma(x+\beta+1)\Gamma(N-x+\alpha)}{\Gamma(x+1)\Gamma(N-x)},$$

нашли применение в ряде актуальных задач обработки информации.

При обработке и сжатии сигналов разного рода наиболее часто из таких преобразований применяется преобразование Фурье-Чебышева. В силу базисности системы $\{\tau_n^{\alpha,\beta}(x,N)\}_{n=0}^{N-1}$ в евклидовом пространстве $l_{2,\mu}(\Omega_N)$ [1], произвольную дискретную функцию (сигнал) $f(x)$, заданную на Ω_N, мы можем разложить в ряд Фурье по полиномам $\tau_n^{\alpha,\beta}(x,N)$, и записать

$$f(x) = \sum_{k=0}^{N-1} \hat{f}_k \tau_k^{\alpha,\beta}(x), \quad x \in \Omega_N, \tag{1}$$

где

$$\hat{f}_k = \sum_{i=0}^{N-1} f(i)\tau_k^{\alpha,\beta}(i)\mu^{\alpha,\beta}(i), \quad (0 \le k \le N-1) \tag{2}$$

— коэффициенты Фурье-Чебышева функции $f(x)$.

При численной реализации преобразований (1) и (2) возникает проблема неустойчивости счета при вычислении значений самих базисных полиномов, что особенно проявляется при достаточно больших n и N.

Разработаны некоторые устойчивые методы вычисления полиномов $\tau_n^{\alpha,\beta}(x,N)$ при $x,n \in \Omega_N$, основанные на использовании специальных свойств самих полиномов, таких как рекуррентные и разностные соотношения, а также представление через гипергеометрическую функцию.

Полученные методы апробированы на практике при численном решении интегрального уравнения Фредгольма первого рода

$$g(x) = \int\limits_a^b K(x,s)f(s)\,ds,$$

основанном на переходе от исходных функций к соответствующим одномерным и двумерным частичным суммам Фурье-Чебышева.

Кроме того, посредством преобразований (1) и (2) осуществляется аппроксимация функций двух и трех переменных, значения которых заданы в узлах целочисленной пространственной решетки. Использование предлагаемых методов дает существенный прирост точности вычисления как значений самих полиномов, так и коэффициентов Фурье-Чебышева (2).

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 10-01-00191-а).

Литература

1. *Шарапудинов И. И.* Смешанные ряды по ортогональным полиномам. Теория и приложения.—Махачкала: Издательство ДНЦ РАН, 2004.—С. 276.