ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ДИНАМИКИ ПОПУЛЯЦИЙ ХИЩНИКОВ И ЖЕРТВ С УЧЕТОМ НАПРАВЛЕННОЙ МИГРАЦИИ

Сикачева П.А.[1]

[1] *Южный Федеральный Университет, Ростов-на-Дону;* SikPolina@yandex.ru

В настоящее время математическое моделирование на основе дифференциальных уравнений в частных производных активно используется для формализации представлений о структуре и функционировании живых сообществ [1]. Большой интерес представляет анализ возможных сценариев пространственно-временной организации биологических и экологических систем.

В данной работе изучается модель динамики пространственно-неоднородных популяций «хищник–жертва». Для описания динамики системы трех популяций, распределенных по отрезку, формулируется задача в виде системы нелинейных параболических уравнений.Эта модель учитывает диффузионные потоки, межпопуляционные взаимодействия, прирост численности, а также сопротивления окружающей среды. Взаимодействия популяции жертвы и двух популяций хищников описывается системой трех уравнений в безразмерных переменных:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial q_0}{\partial x} + f_1, \quad q_0 = -k_0 u' + \alpha_{12} u {v_1}' + \alpha_{13} u {v_2}' + \beta u p', \tag{1}$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} = -\frac{\partial q_i}{\partial x} + f_i, \quad q_i = -k_i \frac{\partial v_i}{\partial x} + \alpha_{i+1,i} v_i \frac{\partial u}{\partial x}. \quad i = 1, 2 \tag{2}$$

Здесь $u(x,t), v_i(x,t)$ – плотности популяций жертвы и хищников,$x \in [0,a]$ — пространственная переменная, $t \in R$ — время, k_1, k_2, k_3 — коэффициенты диффузии, α_{12}, α_{21}, α_{13}, α_{31}, β — миграционные параметры, $p(x) > 0$ — обобщенный ресурс (предельная численность), q_1, q_2, q_3 – диффузионные потоки. Изменение плотности популяции жертвы ($u(x,t)$) определяется диффузией, логистическим законом роста и убылью от взаимодействия с хищником:

$$f_1 = \eta_1 u (1 - \frac{u}{p(x)}) - \mu_1 (v_1 + v_2) u.$$

Для популяций хищников имеется прирост от взаимодействия с жертвой и естественная убыль:

$$f_i = \mu_{i+1} u v_i - \eta_{i+1} v_i, \quad i = 2, 3.$$

Здесь η_1, η_2, η_3 — коэффициенты роста (и убыли) популяций, μ_1, μ_2, μ_3 – коэффициенты взаимодействия.

Краевые и начальные условия выглядят следующим образом:

$$u(0,t) = u(a,t) = 0, \quad v_i(0,t) = v_i(a,t) = 0, \quad i = 2, 3 \qquad (3)$$

$$u(x,0) = u_0(x), \quad v_i(x,0) = v_{i0}(x). \qquad (4)$$

Для численного анализа задачи применяется метод прямых, а для интегрирования по времени – метод Рунге-Кутта четвертого порядка. Данная схема была эффективна использована при моделировании динамики близкородственных популяций.[2]

В ходе вычислительного эксперимента было изучена динамика популяций при следующих значениях коэффициентов: $k_1 = 0.3$, $k_2 = 0.2$, $k_3 = 0.2$,$\eta_1 = 20$, $\alpha_{12} = \alpha_{13} = -1.3$, $\eta_2 = \eta_3 = 1$,$u_0 = 0.7$, $v_{10} = 0.5$, $v_{20} = 0.5$,$\alpha_{21} = 0.2$, $\alpha_{13} = -0.2$.

В зависимости от отношения параметров μ_i получены различные сценарии поведения системы . Так, при $\mu_2 = 9$, $\mu_3 = 20$ и учете реакции хищников на неравномерное распределение жертвы по ареалу популяция хищника v_1 доминирует над популяцией v_2.

В случае размещения популяций хищников в разных концах ареала, $\mu_1 = 9$, $\mu_2 = 9$, $\mu_3 = 9$, формируются отдельные ниши для каждого вида хищника, а также небольшая зона смешения, в которой присутствуют различные виды. При возрастании коэффициента убыли жертвы ($\alpha_{12} = \alpha_{13} = 1$) хищники распространяются по ареалу более равномерно, перемешиваясь между собой, а плотность популяции жертв снижается.

Литература

1. *J.D.Murray* Mathematical Biology II. Spatial models and Biomedical Applications, Interdisciplinary Applied Mathematics, Vol. 18, 3rd ed. Springer-Verlag, New York, 2003.
2. *Будянский А. В., Цибулин В. Г.* Моделирование пространственно-временной миграции и близкородственных популяций. // Компьютерные исследования и моделирование 2011 Т.3 №4. С. 477—488