

ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ ТОЧЕЧНЫХ ВИХРЕЙ

Степанова Т. М.¹

¹Южный Федеральный Университет, факультет математики, механики и компьютерных наук, Ростов-на-Дону, Россия; tattyana.stepanova@gmail.com

Движение идеальной жидкости в некоторых случаях может быть описано системой точечных вихрей. Исследования конфигураций точечных вихрей проводятся уже более полутора сотен лет и за это время изучены различные аспекты их динамики и устойчивости. Воспользуемся модельными системами точечных вихрей для анализа динамики мультипольных вихревых конфигураций.

Кирхгофом было показано [1], что уравнения движения в безграничной идеальной жидкости N параллельных прямолинейных вихревых нитей с интенсивностями Γ_i (системы точечных вихрей), точки пересечения которых с перпендикулярной им плоскостью имеют декартовы координаты (x_i, y_i) , можно записать в гамильтоновой форме:

$$\Gamma_i \dot{x}_i = \frac{\partial H}{\partial y_i}, \quad \Gamma_i \dot{y}_i = -\frac{\partial H}{\partial x_i}, \quad 1 \leq i \leq N, \quad (1)$$

с гамильтонианом

$$H = -\frac{1}{4\pi} \sum_{i < j}^N \Gamma_i \Gamma_j \ln((x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2),$$

совпадающим с энергией взаимодействия вихрей.

Системой уравнений (1) описывается динамика мультиполя. Под мультиполем понимаем вращающаяся симметричную вихревую конфигурацию с нулевой общей циркуляцией, состоящую из N вихрей. Где один из вихрей является центром (его циркуляция $-\omega$), а остальные являются спутниками (их циркуляция $-\omega/(N-1)$). Подобные вихревые конфигурации наблюдаются в природе и реализуются в физических экспериментах [2]. Исследование динамики конфигураций точечных вихрей, моделирующих мультипольные вихревые структуры, может дать информацию о возможном поведении и распределенных вихревых структур.

Вычисления проводились для триполя с начальными данными: интенсивность ядра -2 , интенсивность каждого спутника -1 при

расстоянии между спутником и ядром равным 3. Для квадруполя с интенсивностью ядра — 3, интенсивностью каждого спутника — -1 при расстоянии между спутником и ядром равным 3. И для пентаполя с интенсивностью ядра — 4, интенсивностью каждого спутника равным -1 при расстоянии между спутником и ядром равным 3.

Изучались воздействия на точечные мультиполи трех видов возмущений: 1) изменение интенсивности одного из спутников в α -раз, 2) изменение интенсивности одного спутника одновременно с компенсационным изменением интенсивности других спутников, 3) смещение одного из спутников на расстояние d от ядра мультиполя.

С помощью вычислительного эксперимента показано, что при всех видах возмущений мультипольные вихревые конфигурации начинают совершать движения на плоскости. Эти движения могут быть как вращательными, так и поступательными. Трипольные и квадрупольные конфигурации сохраняют свою структуру даже при достаточно интенсивных возмущениях. В случае квадруполя динамика может быть хаотической. Пентапольная вихревая конфигурация распадается в результате возмущений, обусловленных только вычислительной погрешностью.

Литература

1. Борисов А. В., Мамаев И. С. Математические методы динамики вихревых структур. — Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005.
2. Хайрер Э., Нерсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи. — Москва: Мир, 1990.
3. Kizner Z., Khvoles R. The tripole vortex: Experimental evidence and explicit solutions. PHYSICAL REVIEW E 70, 016307 (2004)