

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ИНВАЗИОННОГО ЗАБОЛЕВАНИЯ

Давыденко Е. Д.¹

¹Южный Федеральный Университет, факультет механики, математики и компьютерных наук, Ростов-на-Дону, Россия; edavidenko@nm.ru

Дирофиляриоз — инвазионное заболевание, вызываемое паразитами подотряда Filariata. В последние годы это заболевание находится в поле зрения специалистов, из-за высокого уровня заражения животных на Юге России [1]. Для изучения динамики распространения заболевания и для разработки способов борьбы с ним естественно использовать аппарат математического моделирования. Такая попытка предпринята в данной работе. Аппарат математического моделирования широко используется для исследования иных похожих заболеваний [2,3]. Распространение дирофиляриоза происходит по следующей схеме: заражение собаки наступает в момент укуса комаром, когда паразиты проникают из хоботка насекомого в кровь хозяина. Попадая в организм собаки, паразиты разного пола начинают размножаться, локализуясь в сердце, забывая в последствии кровотока, что приводит к смерти. Зараженная собака может передавать заболевание здоровым комарам так же при укусе.

Предложена простейшая математическая модель, описывающая процессы заражения и не учитывающая пространственное распределение популяций. В качестве переменных рассматриваются общее число собак D_T и комаров M_T в ареале. M_I и D_I — численности зараженных популяций комаров и собак соответственно. Система уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{M}_T = \alpha - b M_T \\ \dot{D}_T = \gamma - \delta D_T \\ \dot{M}_I = a (M_T - M_I) D_I - b M_I \\ \dot{D}_I = a_1 (D_T - D_I) M_I - d D_I \end{cases}$$

здесь α и γ — параметры скорости размножения комаров и собак соответственно, a — вероятность встречи здорового комара с зараженной собакой, b и d — смертность комаров и смертность собак от болезни, a_1 — вероятность встречи зараженного комара и здоровой собаки, δ — общий коэффициент смертности, включающий смертность от болезни и другие факторы, не связанные с заражением.

У данной системы есть нулевое и ненулевое равновесия. Первое соответствует состоянию отсутствия болезни, второе ситуации, когда уровень заболеваемости принимает постоянное значение. При определенных соотношениях параметров каждое из этих равновесий может быть устойчивым.

Для анализа влияния пространственной неоднородности рассматривается модель с распределенными в пространстве популяциями и возможностью случайных блужданий особей как собак, так и комаров. Случайные блуждания описываются диффузионными слагаемыми, где σ_1 и σ_2 – коэффициенты диффузии. Соответствующая система уравнений в частных производных:

$$\begin{cases} \dot{M}_T = \alpha - \beta M_T + \sigma_1 \Delta M_T \\ \dot{D}_T = \gamma - \delta D_T + \sigma_2 \Delta D_T \\ \dot{M}_I = a(M_T - M_I)D_I - bM_I + \sigma_1 \Delta M_I \\ \dot{D}_I = a_1(D_T - D_I)M_I - dD_I + \sigma_2 \Delta D_I \end{cases}$$

Эта нестационарная задача исследовалась численно для случая двумерного ареала прямоугольной формы. Для аппроксимации уравнений в частных производных применялись конечные разности. На границах ареала задавалась нулевая плотность для обеих популяций (это может выполняться на практике если граница находится в зоне, где комары уже не выживают, например, северные территории и южные территории с сухим воздухом). Источники популяций задавались в противоположных углах области, а в начальный момент в некоторой произвольной точке пространства помещались зараженные особи из одной (или обеих) популяций. Изучалась динамика распространения заболевания. Оказалось, что установившейся со временем максимум плотности зараженных особей не обязательно совпадает с максимумом плотности всей популяции.

Литература

1. V. Kartashev, I. Batashova, S. Kartashov, et al. Canine and Human *Dirofilariosis* in the Rostov Region (Southern Russia) // *Veterinary Medicine International*. — 2011— V. 2011, Article ID 685713, 5 pages.
2. C. Bowman, A. B. Gumel A Mathematical model for assessing control strategies against West Nile virus // *Bulletin of Mathematical Biology*.—2005.— № 67.— С. 1107–1133.
3. N. Chitinis, J. Hyman Determining Important Parametres in the Spread of Malaria Through the Sensitivity Analysis of a Mathematical Model // *Bulletin of Mathematical Biology*.—2008.— № 70.—С. 1272–1296.